Hr. Wimmer's Aufgaben zur Mechanik (Lösungen vom 22. Januar 2009)

Gleichförmig geradlinige Bewegung

1. Am besten nimmt man den Bus als stehend an und das Auto überholt mit $v = (90 - 72)\,\mathrm{km/h} = 18\,\mathrm{km/h}$. Der Überholweg ist $s = (30 + 14 + 50 + 4.8)\,\mathrm{m} = 98.8\,\mathrm{m}$. Somit $t = s/v = 19.76\,\mathrm{s}$ und $s = vt = 494\,\mathrm{m}$.
2. $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{160\,\mathrm{m}}{(108 + 43.2) \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}}} = 3.81\,\mathrm{s}$
3.
4.
5. Man stellt sich die $150\,\mathrm{m}^3$ als Zylinder mit $d = 0.2\,\mathrm{m}$ vor, die Länge ist dann $h = \dfrac{150\,\mathrm{m}^3}{\frac{(0.2\,\mathrm{m})^2\pi}{4}} = 4.77\,\mathrm{km}$, die müssen in $3600\,\mathrm{s}$ in den Behälter $v = \frac{s}{t} = 1.33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

1. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(160 - 90)\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}}}{5\,\mathrm{s}} = 3.89\,\mathrm{s}$
   $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 = 0.5 \cdot 3.89\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (5\,\mathrm{s})^2 + 90\,\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} + 0\,\mathrm{m} = 173.61\,\mathrm{m}$
2. Aus $s = \frac{1}{2}at^2$ und $v = at$ folgt $s = \frac{1}{2}a(\frac{v}{a})^2 = \frac{(500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2 \cdot 10\,\mathrm{m}} = 12.50 \cdot 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^1}$ $\quad t = \frac{v}{a} = 0.04\,\mathrm{s}$
3. a) $v = at + v_0 = 0.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (3 \cdot 60\,\mathrm{s}) + 85\,\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = 41.61\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 149.80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
   b) $t = \frac{v - v_0}{a} = 97,22\,\mathrm{s}$
   c) $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 = \frac{1}{2} \cdot 0.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (180\,\mathrm{s})^2 + 85\,\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\mathrm{s}} \cdot 180\,\mathrm{s} + 0\,\mathrm{m} = 5.87\,\mathrm{km}$
   d) Bild fehlt
4. a) Aus $s = \frac{1}{2}at^2$ und $v = at$ erhält man $s = \frac{v^2}{2a} = \frac{(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{2 \cdot 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 25\,\mathrm{m}$.
   Mit $s = \frac{1}{2}at^2$ erhält man $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 5\,\mathrm{s}$.
   b) $s = \dfrac{(2v)^2}{2a} = 4 \cdot \dfrac{v^2}{2a}$ doppelte Anfangsgeschwindigkeit führt zum vierfachen Brensweg
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.

14.

Drehbewegung

15. a) $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{\frac{\pi\,\mathrm{rad}}{180°}\cdot 30°}{5\,\mathrm{s}} = \dfrac{\pi}{30}\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 0.10\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
    b) $v = \omega r = 0.0105\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
    c) $\Delta\varphi = \omega\cdot\Delta t = 2\pi\,\mathrm{rad} = 360\circ$

16. $v = \omega r = 2\pi n\cdot r \qquad n = \dfrac{v}{2\pi r} = \dfrac{30\frac{\mathrm{m}}{60\,\mathrm{s}}}{2\pi\cdot 0.025\,\mathrm{m}} = \dfrac{10}{\pi}\,\dfrac{1}{\mathrm{s}} = 3.18\,\dfrac{1}{\mathrm{s}} = 190.99\,\dfrac{1}{\mathrm{min}}$

17. $\varphi = 0.5\alpha t^2$ und $\omega = \alpha t \;\rightarrow\; \varphi = \frac{\omega t}{2}$ bzw.
    $n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega t}{4\pi} = \frac{2\pi n t}{4\pi} 0.5nt = 0.5\cdot\frac{4000}{60\,s}\cdot 8\,\mathrm{s} = 266.67$

18.

19. $v = \omega\cdot r = 2\pi n\cdot r = 2\pi\dfrac{r_{\mathrm{Erde}}}{T_{\mathrm{Erde}}} = \dfrac{2\pi}{24\cdot 3600\,\mathrm{s}}\cdot 6.37\cdot 10^6\,\mathrm{m} = 1667.66\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

20. $v = \omega\cdot r \quad ; \quad \omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{30\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0.1\,\mathrm{m}} = 300\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$
    $\omega = 2\pi n \qquad n = \frac{2\pi}{\omega} = 47.75\,\mathrm{Hz} \quad ; \quad n = 2864.79\,\mathrm{min}^{-1}$

21. $v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{2\pi\cdot r_M}{T_M} = \dfrac{2\pi\cdot 384400000\,\mathrm{m}}{27.3\cdot 24\cdot 3600\,\mathrm{s}} = 1023.67\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

22. $F = F_z \quad , \quad ma_r = m\frac{v^2}{r} \quad , \quad r = \frac{v^2}{a_r} = \frac{1500/3.6\,\mathrm{m/s}}{9\cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^1}} = 1966.37\,\mathrm{m}$

Dynamik

1. $F_z = F_r \quad ; \qquad m\dfrac{v^2}{r} = mg\mu \quad ; \qquad r = \dfrac{v^2}{0.25g} = 34.26\,\mathrm{m} \qquad \varphi = \frac{180°}{\pi}\cdot\frac{s}{r} = 66.89°$

2. $\frac{F_z}{F_G} = \tan\alpha \qquad m\frac{v^2}{r} = mg\cdot\tan\alpha \qquad v = \sqrt{rg\cdot\tan\alpha} = 6.94\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 24.99\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

3. a) $F = ma$ und $s = 0.5at^2$ führt auf $F = m\frac{v^2}{2s} = 4166.66\,\mathrm{N}$
    b) $F_1 = ma$ und $v = at$ führt auf $F = m\frac{v}{t} = 333.33\,\mathrm{N}$

4. a) $F = \mu g m = 519.93\,\mathrm{N}$
    b) $F_2 = ma + F_1 = m\frac{\Delta v}{\Delta t} + F_1 = 2482.89\,\mathrm{N}$

5. $F = ma = mg\cdot\sin\alpha - \mu g\cdot\cos\alpha \quad \rightarrow \quad a = 3.21\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

6. a) $F = F_G\cdot\tan\alpha = 56.64\,\mathrm{N}$ somit $a = \frac{F}{m} = 5.66\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
    b) $F_G\sin\varphi - \mu F_G\cos\varphi = F(\cos\varphi - \mu\sin\varphi)$ und $a = \frac{F}{m} = 3.32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

7.

8.

9.

10.

11. $E_{\text{kin}} = W_{\text{reib1}} + W_{\text{reib2}} \quad ; \quad 0.5m_1v^2 = \mu_1 m_1 gs + \mu_2 m_2 gs \quad ;$
$\mu_2 = \dfrac{0.5m_1v^2 - \mu_1 m_1 gs}{m_2 gs} = \dfrac{0.5 \cdot 100\,\text{kg} \cdot (3\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 0.06 \cdot 100\,\text{kg} \cdot 9.81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2\,\text{m}}{25\,\text{kg} \cdot 9.81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 2\,\text{m}} = 0.68$

12. $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \quad ; \quad 0.5mv^2 = mgh \quad ; \quad h = \dfrac{v^2}{g} = \dfrac{16}{9.81}\,\text{m} = 1.63\,\text{m}$
$h' = (v/3)^2/g = 0.18\,\text{m}$

13. simpel, aber ungenau: $E_{\text{pot}} = W_{\text{span}} \quad \rightarrow \quad s = \sqrt{\frac{2mgh}{D}} = 2.03\,\text{m}$
genauer: $mg(h+s) = 0.5Ds^2 \quad \rightarrow \quad s = 2.06\,\text{m}$

14. $E_{\text{kin}} + W_{\text{hub}} = F \cdot s \quad ; \quad 0.5mv^2 + mgs = F_{\text{brems}} \cdot s \quad ;$
$v = \sqrt{2\dfrac{F_{\text{brems}} \cdot s - mgs}{m}} = 12.01\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

15. $F = m \cdot a_t = m \cdot \alpha \cdot r = m \cdot \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} \cdot r = m\dfrac{2\pi}{t^2}r = 18.85\,\text{N}$

16. $J = 0.5mr^2 = 0.5 \cdot 12\,\text{kg} \cdot (0.3\,\text{m})^2 = 0.54\,\text{kg}\,\text{m}^2$
$W = 0.5J\omega^2 = 0.5J(2\pi n)^2 = 0.5 \cdot 0.54\,\text{kg}\,\text{m}^2 = 0.5 \cdot 0.54\,\text{kg}\,\text{m}^2 \cdot \left(2\pi\frac{78}{60\,\text{s}}\right)^2 = 18.01\,\text{J}$

17. $E_{\text{kin}} = \dfrac{1}{2}mv^2 \qquad m = \dfrac{2 \cdot 240\,\text{J}}{(4.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 23.70\,\text{kg}$

18. a) $E_{\text{kin}} = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2} \cdot 1500\,\text{m} \cdot \left(110 \cdot \dfrac{1000\,\text{m}}{3600\,\text{s}}\right)^2 = 700.23\,\text{kJ}$
b) $h = \dfrac{E_{\text{kin}}}{m \cdot g} = 47.59\,\text{m}$

19. $F_b = ma = (360\,\text{kg} + 450\,\text{kg}) \cdot 1.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1458\,\text{N}$
$F = F_G + F_b = 810\,\text{kg} \cdot 9,81\,\dfrac{\text{N}}{\text{kg}} + 1458\,\text{N} = 9404.10\,\text{N}$

20. a) $P = \dfrac{W_{\text{reib}}}{t} = \dfrac{\mu mgs}{1\,\text{s}} = \dfrac{0.03 \cdot 2000\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{N/kg} \cdot 0.9\,\text{m}}{1\,\text{s}} = 529.74\,\text{W}$
b) $F_{\text{ges}} = F + F_r = 2000\,\text{kg} \cdot \dfrac{0.9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\,\text{s}} + 0.03 \cdot 2000\,\text{kg} \cdot 9.81\,\dfrac{\text{m}}{2^2} = 1488.60\,\text{N}$
c) $s = \dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{0.9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\,\text{s}} \cdot (2\,\text{s})^2 = 0.9\,\text{m}$
d) $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = F \cdot v = 1.34\,\text{kW}$

21. $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{mg(h+s)}{t} = \dfrac{0.3\,\text{kg} \cdot 9.81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (10.9\,\text{m})}{t} = 249.63\,\text{W}$
$E_{\text{kin}} = 0.5mv^2 = mgh = E_{\text{pot}} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} \approx 14.01\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ Abwurfgeschwindigkeit;
$s = 0.5at^2$ und $v = at$ führt zu $s = 0.5vt$ oder $t = \dfrac{2s}{v} \approx 0.13\,\text{s}$

22. a) $F = F_{\text{beschl}} + F_r = ma + \mu mg = 2000\,\text{kg}(0.4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.05 \cdot 9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = 1781\,\text{N}$
b) $F_{\text{beschl}} = F_r \quad ; \quad ma = \mu F_N \quad ; \quad a = \dfrac{0.5 \cdot 9000\,\text{N}}{2000\,\text{kg}} = 2.25\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad ; \quad F = ma = 4.5\,\text{kN}$

23. $\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgs \qquad v = \sqrt{2\mu gs} = \sqrt{20.002 \cdot 9,81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 220\,\mathrm{m}} = 2.94 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10.58 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

24. a) $h = \frac{Ds^2}{2mg} = \frac{6000 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot (0.02\,\mathrm{m})^2}{2 \cdot 0.06\,\mathrm{kg} \cdot 9.81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 2.04\,\mathrm{m}$

    b) $v = \sqrt{2gh} = 6.32 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

25. fehlt

26. fehlt